Graphisches Integrieren

Vom Zufluss zum Wasserstand Name: _____

Vorgehen beim Skizzieren der Stammfunktion

Stellen Sie sich vor, der Graph von f beschreibt den **Zufluss** von Wasser in einen Behälter (in Litern pro Minute). Der Graph der Stammfunktion F beschreibt den **Wasserstand** im Behälter. Da der Behälter zu Beginn leer ist: $F(0) = 0$.

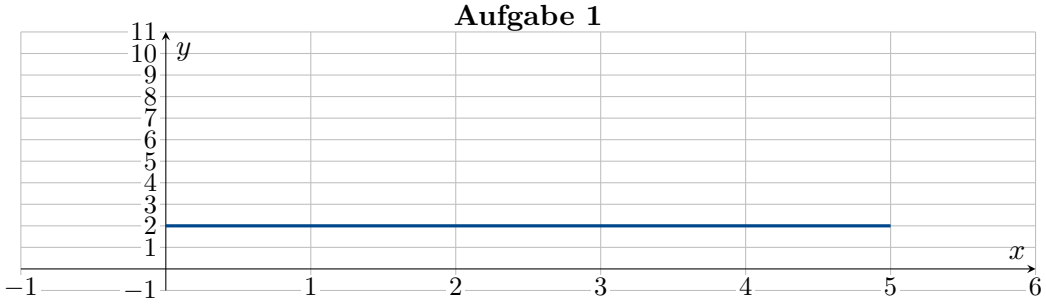
So gehen Sie vor:

1. Starten Sie bei $(0|0)$.
2. **Positiver Zufluss:** $f(x) > 0 \Rightarrow$ Wasserstand F **steigt**.
3. **Negativer Zufluss:** $f(x) < 0 \Rightarrow$ Wasserstand F **fällt**.
4. **Kein Zufluss:** $f(x) = 0 \Rightarrow F$ ist waagerecht (Extremum oder Sattelpunkt).

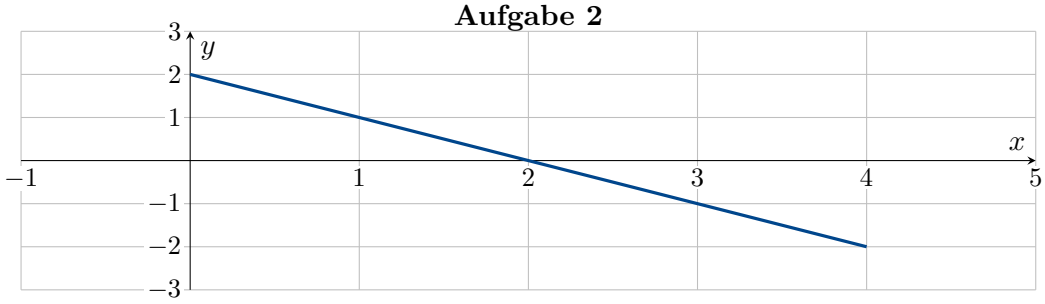
Aufgabe

Skizzieren Sie in jedes Koordinatensystem den Graphen einer Stammfunktion F mit $F(0) = 0$.

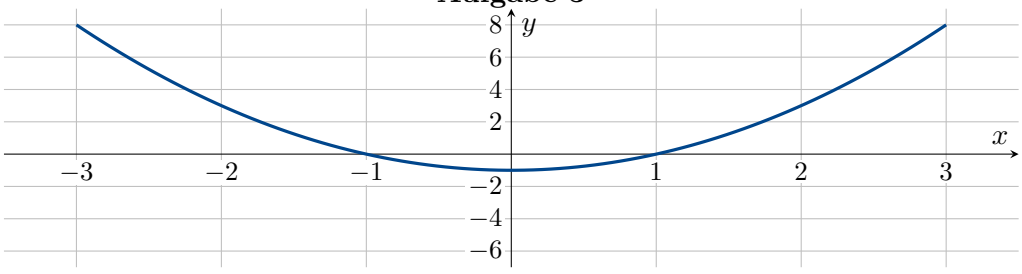
Aufgabe 1



Aufgabe 2

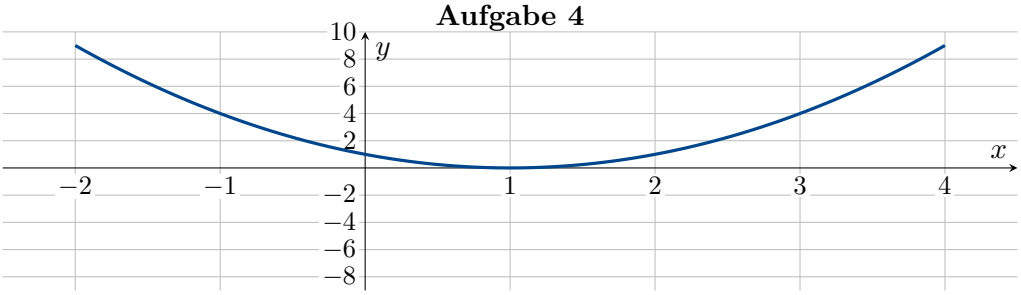


Aufgabe 3

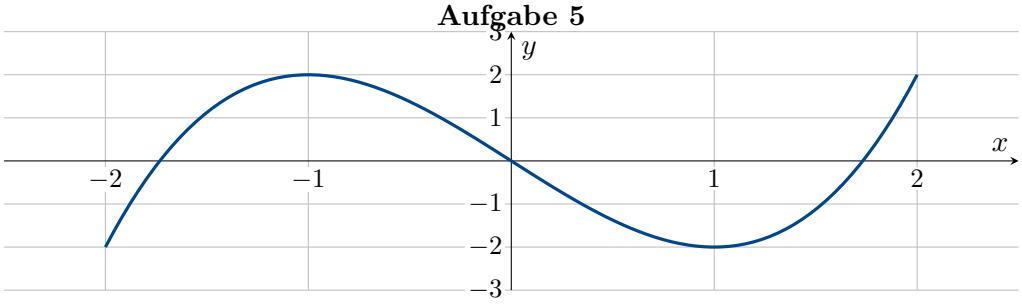


Graphisches Integrieren

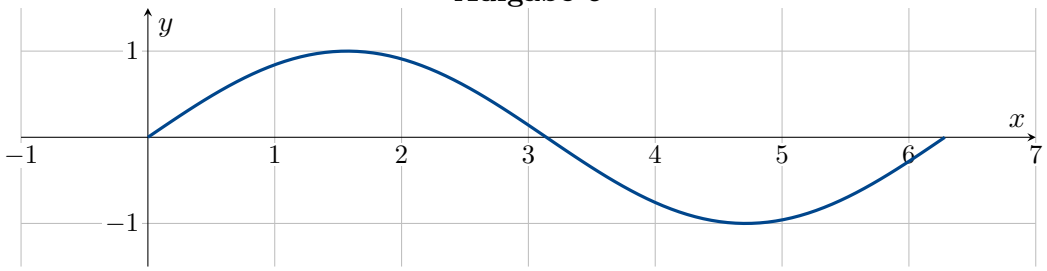
Aufgabe 4



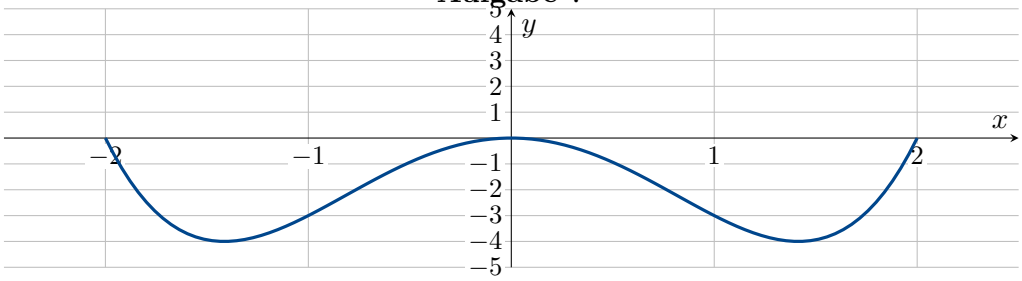
Aufgabe 5



Aufgabe 6

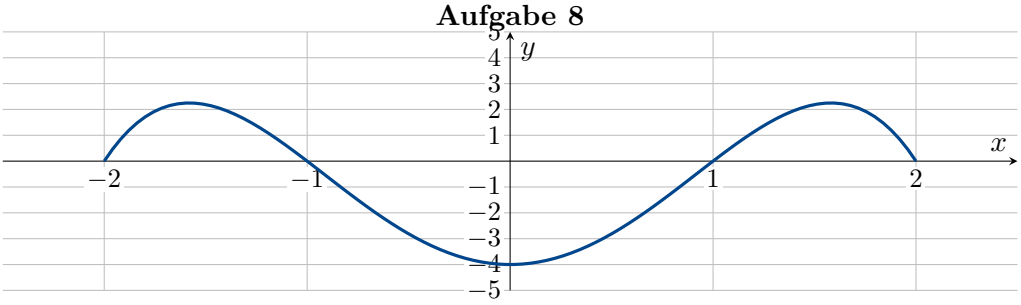


Aufgabe 7

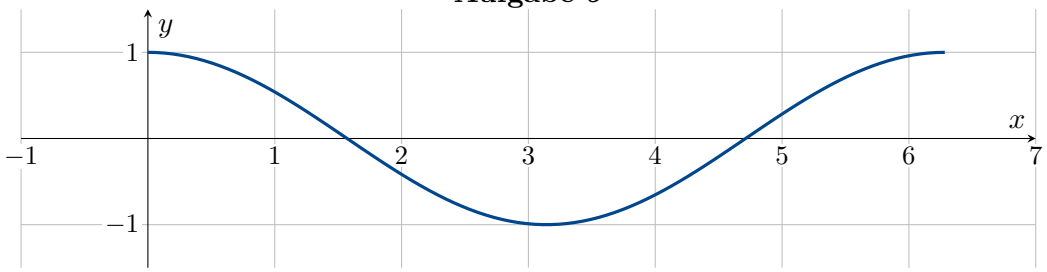


Graphisches Integrieren

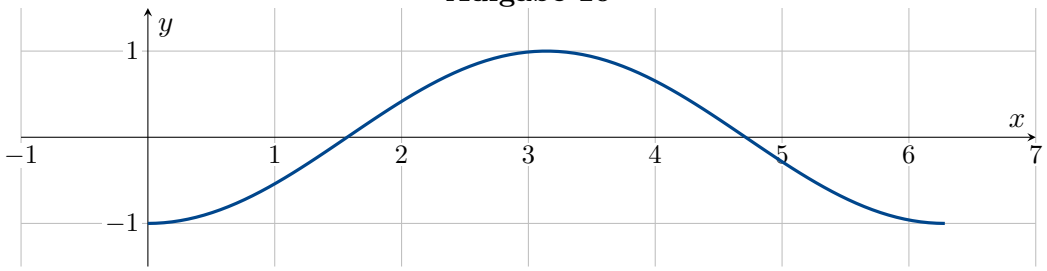
Aufgabe 8



Aufgabe 9



Aufgabe 10

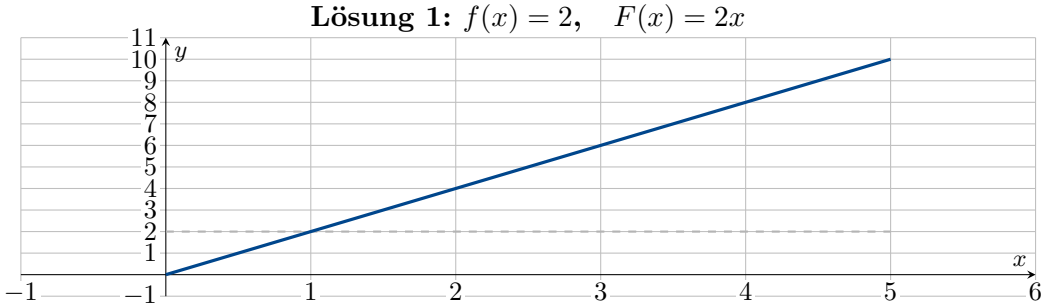


Hinweis: Die Stammfunktion F ist nicht eindeutig. Durch $F(0) = 0$ wird der Startpunkt festgelegt.

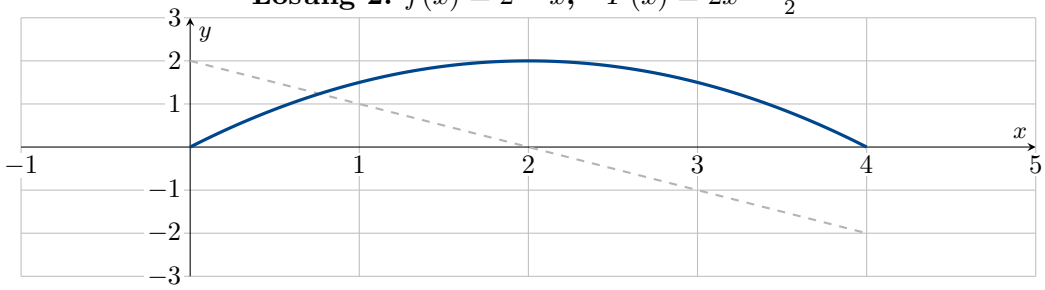
Lösungen: Graphisches Integrieren

f ist hellgrau gestrichelt, F ist **dunkelblau durchgezogen**.

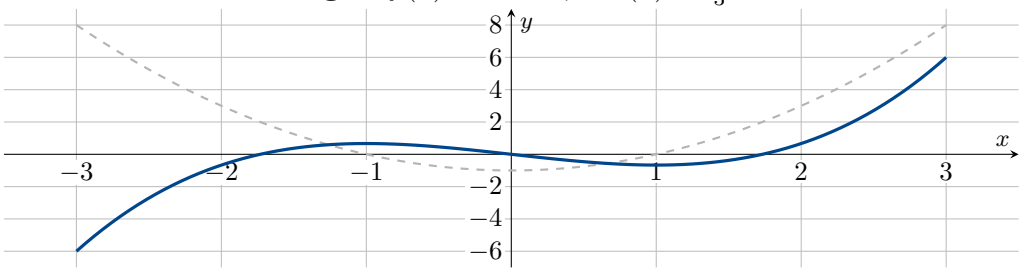
Lösung 1: $f(x) = 2, \quad F(x) = 2x$



Lösung 2: $f(x) = 2 - x, \quad F(x) = 2x - \frac{x^2}{2}$

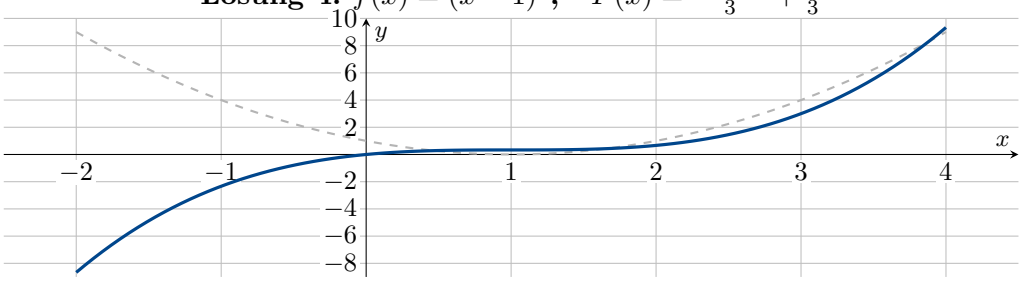


Lösung 3: $f(x) = x^2 - 1, \quad F(x) = \frac{x^3}{3} - x$

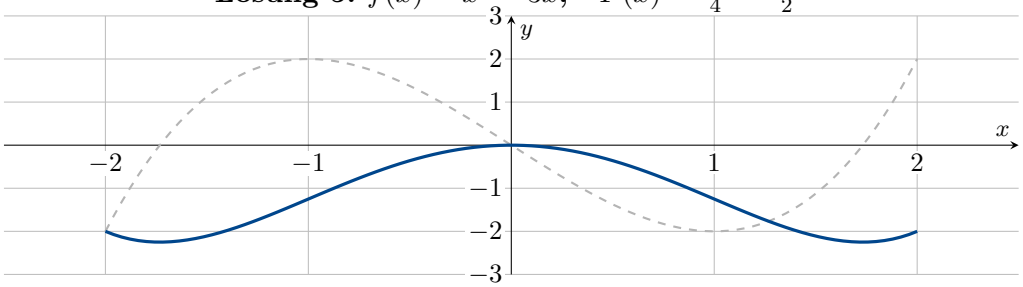


Lösungen: Graphisches Integrieren

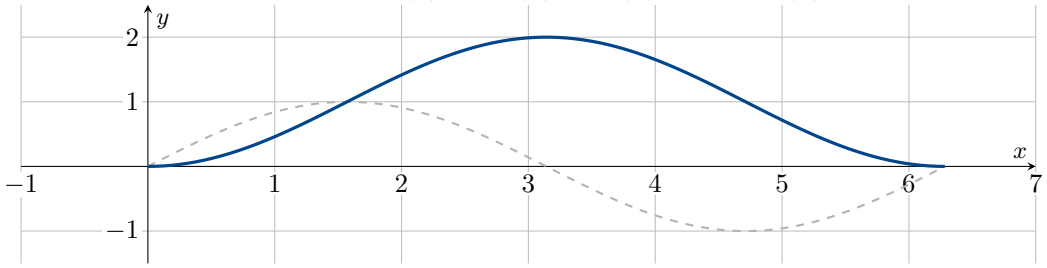
Lösung 4: $f(x) = (x-1)^2, \quad F(x) = \frac{(x-1)^3}{3} + \frac{1}{3}$



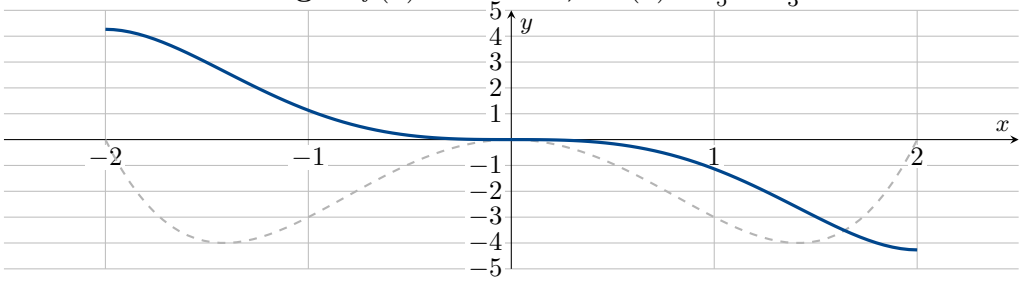
Lösung 5: $f(x) = x^3 - 3x, \quad F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2}$



Lösung 6: $f(x) = \sin(x), \quad F(x) = 1 - \cos(x)$

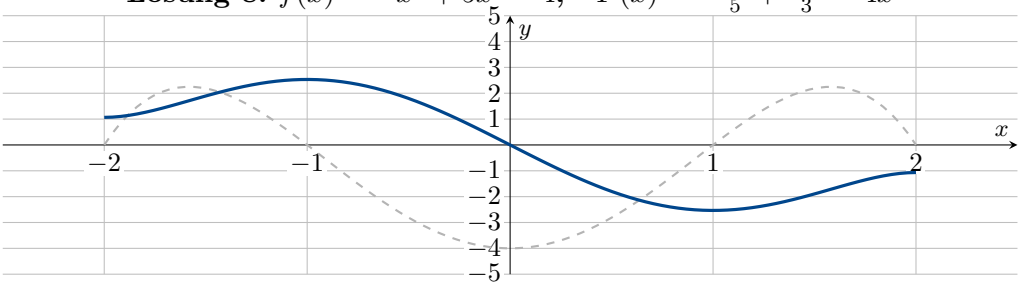


Lösung 7: $f(x) = x^4 - 4x^2, \quad F(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{4x^3}{3}$

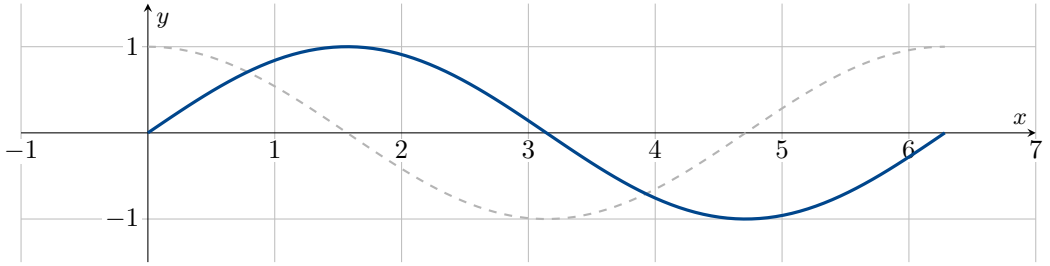


Lösungen: Graphisches Integrieren

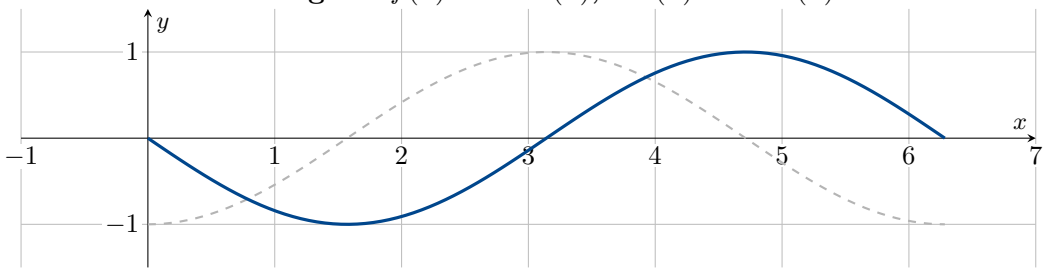
Lösung 8: $f(x) = -x^4 + 5x^2 - 4$, $F(x) = -\frac{x^5}{5} + \frac{5x^3}{3} - 4x$



Lösung 9: $f(x) = \cos(x)$, $F(x) = \sin(x)$



Lösung 10: $f(x) = -\cos(x)$, $F(x) = -\sin(x)$



Beobachtungen:

- **1:** $f > 0$ überall $\Rightarrow$ F steigt linear.
- **2:** Nullstelle von f bei $x = 2$ mit VZW $+ \to -$ $\Rightarrow$ F hat dort ein Maximum.
- **3:** Nullstellen von f bei $x = -1$ (VZW $- \to +$) und $x = 1$ (VZW $+ \to -$) $\Rightarrow$ Min und Max von F; Extremum von f bei 0 $\Rightarrow$ Wendepunkt von F.
- **4:** Nullstelle von f bei $x = 1$ *ohne* VZW $\Rightarrow$ Sattelpunkt von F.
- **5:** Drei Nullstellen mit VZW $\Rightarrow$ Min, Max, Min von F.
- **6:** Sinuskurve $\Rightarrow$ F hat Extrema bei π und 2π, Wendepunkte bei $\pi/2$ und $3\pi/2$.
- **7:** Doppelte Nullstelle bei 0 ohne VZW $\Rightarrow$ Sattelpunkt; Extrema bei ± 2.
- **8:** Vier einfache Nullstellen mit VZW $\Rightarrow$ vier Extrema von F.
- **9:** $\cos(x)$ $\Rightarrow$ Max bei $\pi/2$, Min bei $3\pi/2$.
- **10:** $-\cos(x)$ $\Rightarrow$ Min bei $\pi/2$, Max bei $3\pi/2$ (Spiegelung).